



Themenpools für die mündliche Reifeprüfung aus Mathematik 2012 – 2016

Bei allen Themenpools werden das Wissen über Zahlenbereiche und der grundlegende Umgang mit Termen, Formeln, Gleichungen und Funktionen vorausgesetzt.

I ALGEBRA UND GEOMETRIE

1. Zahlen und Rechengesetze, Potenzen, Wurzeln, Logarithmen

- Terme, Formeln, Beträge aufstellen und interpretieren
- Rechengesetze, Rechenregeln für Potenzen, Wurzeln und Logarithmen formulieren und anwenden
- Mengen und die Verknüpfung von Mengen (Durchschnitt, Vereinigung, Differenz) bilden
- Zahlenbereiche \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} , \mathbb{C} definieren und über das Erweitern von Zahlenbereichen reflektieren
- mit exakten Werten und Näherungswerten bewusst und sinnvoll umgehen sowie den Nutzen von Zehnerpotenzen kennen

2. Gleichungen (lineare und quadratische), Ungleichungen

- (Un)Gleichungen lösen und die Lösbarkeit (Anzahl der Lösungen und Lösungsmenge) untersuchen
- (Un)Gleichungen interpretieren und argumentieren (etwa Einfluss von Parametern erkennen, Rechenergebnisse im jeweiligen Kontext deuten)
- Lösungen geometrisch interpretieren
- alltagssprachliche Formulierungen in die Sprache/Darstellung der Mathematik übersetzen
- (Un)Gleichungen/ Terme aufstellen, umformen und interpretieren
- auf inner- und außermathematische Probleme anwenden

3. Lineare Gleichungssysteme (in zwei bzw. drei Variablen)

- Gleichungssysteme lösen und die Lösbarkeit untersuchen; mathematische Argumente finden, die für oder gegen einen bestimmten Lösungsweg bzw. für oder gegen eine bestimmte Lösung oder Interpretation sprechen
- Lösungen geometrisch benennen und interpretieren
- Gleichungssysteme interpretieren und argumentieren (etwa Einfluss von Parametern und Lösungsfälle kennen, Rechenergebnisse im jeweiligen Kontext deuten)

- alltagssprachliche Formulierungen in die Sprache/Darstellung der Mathematik übersetzen
- auf inner- und außermathematische Probleme anwenden

4. Vektoren und analytische Geometrie in der Ebene

- Darstellungsformen kennen, Rechenoperationen (auch geometrisch) verständig einsetzen und deuten; Einheitsvektoren und Normalvektoren ermitteln; Definition des skalaren Produkts und seine geometrische Bedeutung kennen; Halbierungspunkt einer Strecke und Schwerpunkt im Dreieck ermitteln
- Geraden durch Parameterdarstellungen und durch Gleichungen beschreiben; Geraden schneiden; mit der Bedeutung des Skalarproduktes vertraut sein und den Winkel zwischen zwei Vektoren ermitteln
- geometrische Aufgaben bearbeiten, mathematische Zusammenhänge reflektieren

5. Analytische Geometrie des Raumes

- Darstellungsformen kennen, Rechenoperationen (auch geometrisch) verständig einsetzen und deuten; Einheitsvektoren und Normalvektoren ermitteln; Definition des skalaren Produkts und seine geometrische Bedeutung kennen; Halbierungspunkt einer Strecke und Schwerpunkt im Dreieck ermitteln
- Definition des vektoriiellen Produkts und seine geometrische Bedeutung kennen; Flächen- und Volumsberechnung durchführen
- Geraden (und Ebenen) durch Parameterdarstellungen (bzw. Gleichungen) beschreiben; Zusammenhänge und Strukturen in Termen und Gleichungen erkennen und sie im Kontext deuten
- Geraden (und Ebenen) schneiden; Lagebeziehungen untersuchen; mit der Bedeutung des Skalarproduktes vertraut sein und den Winkel zwischen zwei Vektoren ermitteln
- geometrische Aufgaben bearbeiten, mathematische Zusammenhänge reflektieren

6. Trigonometrie I: $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\tan\alpha$ für $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$

- Definitionen, Eigenschaften und Zusammenhänge benennen
- Sinus und Cosinus am Einheitskreis darstellen, entsprechende Skizzen erläutern und Gleichungen der Form $\sin(\alpha) = c$, $\cos(\alpha) = c$ und $\tan(\alpha) = c$ lösen
- Berechnungen an rechtwinkligen Dreiecken, Figuren und Körpern durchführen
- auf inner- und außermathematische Probleme anwenden

7. Trigonometrie II: Sinussatz, Cosinussatz

- mathematische Argumente nennen, die für oder gegen die Verwendung eines bestimmten Modells, eines Lösungsweges oder einer Interpretation sprechen
- Sinussatz und Cosinussatz anwenden und deren Einschränkungen kennen

- Berechnungen an allgemeinen Dreiecken, Figuren und Körpern durchführen; trigonometrische Flächenformel anwenden
- auf inner- und außermathematische Probleme anwenden

8. Algebraische Gleichungen und komplexe Zahlen

- über die Zweckmäßigkeit des Erweiterns der reellen Zahlen reflektieren
- mit komplexen Zahlen rechnen
- algebraischen Gleichungen lösen; reelle und komplexe Lösungen geometrisch deuten; den Fundamentalsatz der Algebra kennen
- algebraische Gleichungen graphisch interpretieren
- Polynomfunktion: typische Verläufe der Graphen abhängig vom Grad kennen
- reelle Linearfaktoren von Polynomen abspalten (Polynomdivision); algebraische Gleichungen als Produkt von Linearfaktoren anschreiben können

II FUNKTIONALE ABHÄNGIGKEITEN

Bei allen Funktionstypen muss der Definitions- und der Wertebereich bestimmt werden können.

9. Funktionen I: lineare und einfache nichtlineare Funktionen (z.B. $\frac{a}{x}$, $\frac{a}{x^2}$, abschnittsweise definierte Funktionen)

- Begriff und verschiedene Darstellungsformen (z.B. Text, Tabelle, Graph, Term, Gleichung) erklären und erläutern sowie mit verschiedenen Darstellungsformen arbeiten
- wichtige Funktionseigenschaften erkennen, benennen und entsprechende Werte ermitteln
- problemrelevante mathematische Zusammenhänge und Modelle identifizieren, verwenden und entwickeln
- in anwendungsorientierten Bereichen arbeiten
- Formeln im Hinblick auf funktionale Aspekte untersuchen
- Funktionen interpretieren und argumentieren (etwa Einfluss von Parametern, Zusammenhänge erkennen, Rechenergebnisse, abgelesene Werte und Zusammenhänge und Beziehungen im jeweiligen Kontext deuten)

10. Funktionen II: quadratische Funktionen

- Begriff und verschiedene Darstellungsformen (z.B. Text, Tabelle, Graph, Term, Gleichung) erklären und erläutern sowie mit verschiedenen Darstellungsformen arbeiten
- wichtige Funktionseigenschaften erkennen, benennen und entsprechende Werte ermitteln
- problemrelevante mathematische Zusammenhänge und Modelle identifizieren, verwenden und entwickeln
- in anwendungsorientierten Bereichen arbeiten

- Formeln im Hinblick auf funktionale Aspekte untersuchen
- Funktionen interpretieren und argumentieren (etwa Einfluss von Parametern, Zusammenhänge erkennen, Rechenergebnisse, abgelesene Werte und Zusammenhänge und Beziehungen im jeweiligen Kontext deuten)

11. Funktionen III: Potenz-, Exponential- und Logarithmusfunktionen, Umkehrfunktionen

- Begriff und verschiedene Darstellungsformen (z.B. Text, Tabelle, Graph, Term, Gleichung) erklären und erläutern sowie mit verschiedenen Darstellungsformen arbeiten
- wichtige Funktionseigenschaften erkennen, benennen und entsprechende Werte ermitteln
- problemrelevante mathematische Zusammenhänge und Modelle identifizieren, verwenden und entwickeln
- in anwendungsorientierten Bereichen arbeiten
- Halbwertszeit/ Verdopplungszeit bestimmen und deuten
- Formeln im Hinblick auf funktionale Aspekte untersuchen
- Funktionen interpretieren und argumentieren (etwa Einfluss von Parametern, Zusammenhänge erkennen, Rechenergebnisse, abgelesene Werte und Zusammenhänge und Beziehungen im jeweiligen Kontext deuten)

12. Funktionen IV: Winkelfunktionen

- Begriff und verschiedene Darstellungsformen (z.B. Text, Tabelle, Graph, Term, Gleichung) erklären und erläutern sowie mit verschiedenen Darstellungsformen arbeiten
- wichtige Funktionseigenschaften erkennen, benennen und entsprechende Werte ermitteln
- problemrelevante mathematische Zusammenhänge und Modelle identifizieren, verwenden und entwickeln
- in anwendungsorientierten Bereichen arbeiten
- Formeln im Hinblick auf funktionale Aspekte untersuchen
- Funktionen interpretieren und argumentieren (etwa Einfluss von Parametern, Zusammenhänge erkennen, Rechenergebnisse, abgelesene Werte und Zusammenhänge und Beziehungen im jeweiligen Kontext deuten)

13. Funktionen V: Überblick über verschiedene Funktionstypen

- Funktionstypen erkennen und miteinander vergleichen
- Änderungen durch Änderungsmaße beschreiben und geometrisch deuten
- wichtige Funktionseigenschaften erkennen, benennen und entsprechende Werte ermitteln
- Einfluss von Parametern erkennen, beschreiben und reflektieren
- Anwendungsbereiche der unterschiedlichen Funktionstypen nennen

14. Wachstums- und Zerfallsprozesse

- lineares und exponentielles Modell verwenden und aufstellen
- beschränktes und logistisches Modell kennen
- unterschiedliche Modelle vergleichen sowie Vor- und Nachteile diskutieren
- in anwendungsorientierten Bereichen arbeiten und Funktionen zur Beschreibung kontinuierlicher Prozesse anwenden
- Differenzgleichungen für unterschiedliche Modelle aufstellen und ihre Bestandteile benennen

III ANALYSIS

15. Differentialrechnung I: Differenzen-, Differentialquotient, Ableitungsfunktionen, Ableitungen elementarer Funktionen

- Änderungsmaße, Differential- und Differenzenquotient definieren und deuten
- elementare Funktionen ableiten und Ableitungsregeln erkennen
- den Begriff Ableitungsfunktion erklären und Zusammenhänge mit der Funktion erkennen und im jeweiligen Kontext deuten
- 1. und 2. Ableitung in inner- und außermathematischen Bereichen deuten

16. Differentialrechnung II: Kurvenuntersuchungen von Polynomfunktionen, Extremwertaufgaben

- für die Funktionsuntersuchungen notwendige Differentiationsregeln anwenden
- einfache und im Hinblick auf Anwendungen sinnvolle Funktionen bezüglich Monotonie, Krümmungsverhalten untersuchen; Extrem- und Wendestellen ermitteln
- Umkehraufgaben lösen (insb. Gleichungssystem mit Hilfe von Funktionseigenschaften aufstellen)
- Extremwertaufgaben lösen
- alltagssprachliche Formulierungen in die Sprache/Darstellung der Mathematik übersetzen
- ein für die Problemstellung geeignetes mathematisches Modell verwenden oder entwickeln
- Rechenergebnisse im jeweiligen Kontext deuten
- Existenz von Extremwerten argumentativ begründen

17. Integralrechnung I: Stammfunktion, bestimmtes Integral

- Stammfunktionen elementarer Funktionen ermitteln und Integrationsregeln erkennen
- bestimmtes Integral definieren und deuten
- mit Ober- und Untersummen argumentieren
- bestimmte Integrale berechnen
- mit der Deutung des Integrals als Fläche arbeiten

18. Integralrechnung II: verschiedene Deutungen des Integrals

- mit verschiedenen Deutungen des Integrals (insbesondere Flächeninhalt, Volumen, physikalische Deutungen) arbeiten
- alltagssprachliche Formulierungen in die Sprache/Darstellung der Mathematik übersetzen
- ein für die Problemstellung geeignetes mathematisches Modell verwenden oder entwickeln
- Rechenergebnisse im jeweiligen Kontext deuten
- die Entscheidung für eine mathematische Handlung oder eine mathematische Sichtweise problembezogen argumentativ belegen

19. Differential- und Integralrechnung

- Zusammenhang zwischen Weg – Geschwindigkeit – Beschleunigung definieren und deuten sowie fehlende Größen ermitteln können
- graphisches Differenzieren und Integrieren durchführen und erklären
- den Zusammenhang zwischen Differenzieren und Integrieren beschreiben können (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung)

20. Wirtschaftsmathematik

- Absatzmenge, Preis, Betriebsoptimum definieren
- Kosten, Fixkosten, Stückkosten, Grenzkosten, Kostenkehre, minimale Kosten ermitteln und deuten
- Erlös, Grenzerlös, maximaler Erlös ermitteln und deuten
- Gewinn, Gewinnschwelle (Break-even-point), Gewinngrenze, maximaler Gewinn, Cournot'scher Punkt ermitteln und deuten
- Kosten-, Erlös- und Gewinnfunktionen sowie besondere Werte graphisch deuten

IV WAHRSCHEINLICHKEIT UND STATISTIK

21. Beschreibende Statistik: Statistische Kennzahlen, Darstellung von Werten, Interpretation von Diagrammen

- mit Darstellungsformen und Kennzahlen der beschreibenden Statistik arbeiten
- die entsprechenden Begriffe und Zusammenhänge kennen
- alltagssprachliche Formulierungen in die Sprache/Darstellung der Mathematik übersetzen
- ein für die Problemstellung geeignetes mathematisches Modell verwenden oder entwickeln
- Rechenergebnisse im jeweiligen Kontext deuten und hinterfragen

22. Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung: Wahrscheinlichkeitsbegriff, Baumdiagramme, einfache kombinatorische Zählverfahren

- Zufallsversuch und Wahrscheinlichkeit nach Laplace erklären
- Baumdiagramme erstellen und Pfadregeln zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit verwenden
- entscheiden und begründen, in welchen Fällen die jeweilige Methode verwendet werden darf
- Rechenergebnisse im jeweiligen Kontext deuten und hinterfragen

23. Diskrete Verteilungen: Zufallsvariable, Erwartungswert, Varianz, Binomialverteilung

- Wahrscheinlichkeitsfunktion und Verteilungsfunktion: Werte ermitteln, graphisch darstellen und interpretieren
- entscheiden und begründen, in welchen Fällen die Methode verwendet werden darf
- Rechenergebnisse im jeweiligen Kontext deuten und hinterfragen

24. Stetige Verteilungen: Zufallsvariable, Erwartungswert, Varianz, Normalverteilung, Annäherung diskret verteilter Zufallsvariablen durch eine Normalverteilung

- Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Gauß'schen Glockenkurve graphisch darstellen
- entscheiden und begründen, in welchen Fällen die Methode verwendet werden darf
- Rechenergebnisse im jeweiligen Kontext deuten und hinterfragen
- Konfidenzintervalle berechnen und interpretieren