

## Themenpools für die mündliche Reifeprüfung aus Mathematik 2018

Bei allen Themenpools werden das Wissen über Zahlenbereiche und der grundlegende Umgang mit Termen, Formeln, Gleichungen und Funktionen vorausgesetzt.

### I ALGEBRA UND GEOMETRIE

#### 1. Zahlen, Terme, Gleichungen und Gleichungssysteme

- Terme und Formeln aufstellen und interpretieren
- Rechengesetze, Rechenregeln für Potenzen und Wurzeln formulieren und anwenden
- Zahlenbereiche  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$  definieren und über das Erweitern von Zahlenbereichen reflektieren
- (Un)Gleichungen und Gleichungssysteme aufstellen, lösen und die Lösbarkeit (Anzahl der Lösungen und Lösungsmenge) untersuchen
- (Un)Gleichungen und Gleichungssysteme interpretieren und argumentieren (etwa Einfluss von Parametern erkennen, Rechenergebnisse im jeweiligen Kontext deuten)
- Lösungen geometrisch interpretieren
- alltagssprachliche Formulierungen in die Sprache/Darstellung der Mathematik übersetzen
- auf inner- und außermathematische Probleme anwenden

#### 2. Vektoren und analytische Geometrie in der Ebene und des Raumes

- Darstellungsformen kennen, Rechenoperationen (auch geometrisch) verständlich einsetzen und deuten; Einheitsvektoren und Normalvektoren ermitteln; Definition des skalaren Produkts und seine geometrische Bedeutung kennen
- Geraden durch Parameterdarstellungen und durch Gleichungen beschreiben; Geraden schneiden bzw. ihre Lagebeziehung untersuchen; den Winkel zwischen zwei Vektoren/Geraden ermitteln
- Definition des vektoriiellen Produkts und seine geometrische Bedeutung kennen; Flächen- und Volumsberechnung durchführen
- geometrische Aufgaben bearbeiten, mathematische Zusammenhänge reflektieren

### 3. Trigonometrie

- Definitionen, Eigenschaften und Zusammenhänge für Sinus, Cosinus und Tangens im rechtwinkligen Dreieck benennen
- Sinus und Cosinus am Einheitskreis darstellen, entsprechende Skizzen erläutern und Gleichungen der Form  $\sin(\alpha) = c$ ,  $\cos(\alpha) = c$  und  $\tan(\alpha) = c$  lösen
- Berechnungen an rechtwinkligen Dreiecken, Figuren und Körpern durchführen
- mathematische Argumente nennen, die für oder gegen die Verwendung eines bestimmten Modells, eines Lösungsweges oder einer Interpretation sprechen
- Sinussatz und Cosinussatz anwenden und deren Einschränkungen kennen
- Berechnungen an allgemeinen Dreiecken, Figuren und Körpern durchführen; trigonometrische Flächenformel anwenden
- auf inner- und außermathematische Probleme anwenden

### 4. Algebraische Gleichungen und komplexe Zahlen

- über die Zweckmäßigkeit des Erweiterns der reellen Zahlen reflektieren
- mit komplexen Zahlen rechnen
- algebraischen Gleichungen lösen; reelle und komplexe Lösungen geometrisch deuten; den Fundamentalsatz der Algebra kennen
- algebraische Gleichungen graphisch interpretieren
- Polynomfunktion: typische Verläufe der Graphen abhängig vom Grad kennen
- reelle Linearfaktoren von Polynomen abspalten; algebraische Gleichungen als Produkt von Linearfaktoren anschreiben können

## II FUNKTIONALE ABHÄNGIGKEITEN

Bei allen Funktionstypen muss der Definitions- und der Wertebereich bestimmt werden können.

### 5. Funktionen I: lineare und einfache nichtlineare Funktionen (z.B. $\frac{a}{x}$ , $\frac{a}{x^2}$ , abschnittsweise definierte Funktionen)

- Begriff und verschiedene Darstellungsformen (z.B. Text, Tabelle, Graph, Term, Gleichung) erklären und erläutern sowie mit verschiedenen Darstellungsformen arbeiten
- wichtige Funktionseigenschaften erkennen, benennen und entsprechende Werte ermitteln
- problemrelevante mathematische Zusammenhänge und Modelle identifizieren, verwenden und entwickeln
- in anwendungsorientierten Bereichen arbeiten
- Formeln im Hinblick auf funktionale Aspekte untersuchen
- Funktionen interpretieren und argumentieren (etwa Einfluss von Parametern; Zusammenhänge erkennen; Rechenergebnisse, abgelesene Werte **im** jeweiligen Kontext deuten)

## 6. Funktionen II: Potenz-, Exponential- und Logarithmusfunktionen, Umkehrfunktionen (inkl. quadratische Funktion)

- Begriff und verschiedene Darstellungsformen (z.B. Text, Tabelle, Graph, Term, Gleichung) erklären und erläutern sowie mit verschiedenen Darstellungsformen arbeiten
- wichtige Funktionseigenschaften erkennen, benennen und entsprechende Werte ermitteln
- problemrelevante mathematische Zusammenhänge und Modelle identifizieren, verwenden und entwickeln
- in anwendungsorientierten Bereichen arbeiten
- Halbwertszeit/ Verdopplungszeit bestimmen und deuten
- Formeln im Hinblick auf funktionale Aspekte untersuchen
- Funktionen interpretieren und argumentieren (etwa Einfluss von Parametern; Zusammenhänge erkennen; Rechenergebnisse, abgelesene Werte im jeweiligen Kontext deuten)

## 7. Funktionen III: Winkelfunktionen

- Begriff und verschiedene Darstellungsformen (z.B. Text, Tabelle, Graph, Term, Gleichung) erklären und erläutern sowie mit verschiedenen Darstellungsformen arbeiten
- wichtige Funktionseigenschaften erkennen, benennen und entsprechende Werte ermitteln
- problemrelevante mathematische Zusammenhänge und Modelle identifizieren, verwenden und entwickeln
- in anwendungsorientierten Bereichen arbeiten
- Formeln im Hinblick auf funktionale Aspekte untersuchen
- Funktionen interpretieren und argumentieren (etwa Einfluss von Parametern; Zusammenhänge erkennen; Rechenergebnisse, abgelesene Werte im jeweiligen Kontext deuten)

## 8. Funktionen IV: Überblick über verschiedene Funktionstypen

- Funktionstypen erkennen und miteinander vergleichen
- Änderungen durch Änderungsmaße beschreiben und geometrisch deuten
- wichtige Funktionseigenschaften erkennen, benennen und entsprechende Werte ermitteln
- Einfluss von Parametern erkennen, beschreiben und reflektieren
- Anwendungsbereiche der unterschiedlichen Funktionstypen nennen

## 9. Wachstums- und Zerfallsprozesse

- lineares und exponentielles Modell verwenden und aufstellen
- beschränktes und logistisches Modell kennen
- unterschiedliche Modelle vergleichen sowie Vor- und Nachteile diskutieren
- in anwendungsorientierten Bereichen arbeiten und Funktionen zur Beschreibung kontinuierlicher Prozesse anwenden

## III ANALYSIS

### 10. Differentialrechnung I: Differenzen-, Differentialquotient, Ableitungsfunktionen, Ableitungen elementarer Funktionen

- Änderungsmaße, Differential- und Differenzenquotient definieren und deuten
- elementare Funktionen ableiten und Ableitungsregeln erkennen
- den Begriff Ableitungsfunktion erklären und Zusammenhänge mit der Funktion erkennen und im jeweiligen Kontext deuten
- 1. und 2. Ableitung in inner- und außermathematischen Bereichen deuten

### 11. Differentialrechnung II: Kurvenuntersuchungen von Polynomfunktionen, Extremwertaufgaben

- für die Funktionsuntersuchungen notwendige Differentiationsregeln anwenden
- einfache und im Hinblick auf Anwendungen sinnvolle Funktionen bezüglich Monotonie, Krümmungsverhalten untersuchen; Extrem- und Wendestellen ermitteln
- Umkehraufgaben lösen (insb. Gleichungssystem mit Hilfe von Funktionseigenschaften aufstellen)
- Extremwertaufgaben lösen
- alltagssprachliche Formulierungen in die Sprache/Darstellung der Mathematik übersetzen
- ein für die Problemstellung geeignetes mathematisches Modell verwenden oder entwickeln
- Rechenergebnisse im jeweiligen Kontext deuten
- Existenz von Extremwerten argumentativ begründen

## 12. Integralrechnung

- Stammfunktionen elementarer Funktionen ermitteln und Integrationsregeln erkennen
- bestimmtes Integral definieren, berechnen und deuten
- mit Ober- und Untersummen argumentieren
- mit verschiedenen Deutungen des Integrals (insbesondere Flächeninhalt, Volumen, physikalische Deutungen) arbeiten
- alltagssprachliche Formulierungen in die Sprache/Darstellung der Mathematik übersetzen
- ein für die Problemstellung geeignetes mathematisches Modell verwenden oder entwickeln
- Rechenergebnisse im jeweiligen Kontext deuten
- die Entscheidung für eine mathematische Handlung oder eine mathematische Sichtweise problembezogen argumentativ belegen

## 13. Differential- und Integralrechnung

- Zusammenhang zwischen Weg – Geschwindigkeit – Beschleunigung definieren und deuten sowie fehlende Größen ermitteln können
- graphisches Differenzieren und Integrieren durchführen und erklären
- den Zusammenhang zwischen Differenzieren und Integrieren beschreiben können (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung)

## 14. Wirtschaftsmathematik

- Absatzmenge, Preis, Betriebsoptimum definieren
- Kosten, Fixkosten, Stückkosten, Grenzkosten, Kostenkehre, minimale Kosten ermitteln und deuten
- Erlös, Grenzerlös, maximaler Erlös ermitteln und deuten
- Gewinn, Gewinnschwelle (Break-even-point), Gewinngrenze, maximaler Gewinn, Cournot'scher Punkt ermitteln und deuten
- Kosten-, Erlös- und Gewinnfunktionen sowie besondere Werte graphisch deuten

## IV WAHRSCHEINLICHKEIT UND STATISTIK

### 15. Beschreibende Statistik: Statistische Kennzahlen, Darstellung von Werten, Interpretation von Diagrammen

- mit Darstellungsformen und Kennzahlen der beschreibenden Statistik arbeiten
- die entsprechenden Begriffe und Zusammenhänge kennen
- alltagssprachliche Formulierungen in die Sprache/Darstellung der Mathematik übersetzen
- ein für die Problemstellung geeignetes mathematisches Modell verwenden oder entwickeln
- Rechenergebnisse im jeweiligen Kontext deuten und hinterfragen

### 16. Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung: Wahrscheinlichkeitsbegriff, Baumdiagramme, einfache kombinatorische Zählverfahren

- Zufallsversuch und Wahrscheinlichkeit nach Laplace erklären
- Baumdiagramme erstellen und Pfadregeln zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit verwenden
- entscheiden und begründen, in welchen Fällen die jeweilige Methode verwendet werden darf
- Rechenergebnisse im jeweiligen Kontext deuten und hinterfragen

### 17. Diskrete Verteilungen: Zufallsvariable, Erwartungswert, Varianz, Binomialverteilung

- Wahrscheinlichkeitsfunktion und Verteilungsfunktion: Werte ermitteln, graphisch darstellen und interpretieren
- entscheiden und begründen, in welchen Fällen die Methode verwendet werden darf
- Rechenergebnisse im jeweiligen Kontext deuten und hinterfragen

### 18. Stetige Verteilungen: Zufallsvariable, Erwartungswert, Varianz, Normalverteilung, Annäherung diskret verteilter Zufallsvariablen durch eine Normalverteilung

- Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Gauß'schen Glockenkurve graphisch darstellen
- entscheiden und begründen, in welchen Fällen die Methode verwendet werden darf
- Rechenergebnisse im jeweiligen Kontext deuten und hinterfragen
- Konfidenzintervalle berechnen und interpretieren